

RAZÃO ÁUREA: O CASO DA PROPORÇÃO DIVINA NA NATUREZA

PEGORINI, Andrea V. Bacharelada em Matemática no Centro Universitário
Internacional Uninter

PADILHA, Eliandro José

RESUMO

Este trabalho trata da Razão Áurea e os casos em que ela aparece na natureza. A pergunta da pesquisa é sobre o que a literatura apresenta sobre a Razão Áurea e suas ocorrências na natureza. Essa questão é devida ao fato de ser um assunto pouco conhecido entre as pessoas e que não requer muito conhecimento matemático para compreendê-lo. O objetivo central deste estudo é verificar as ocorrências da Razão Áurea na natureza. Para isso foi realizada uma pesquisa por meio de uma abordagem qualitativa. Realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre o tema. Utilizou-se livros de biblioteca particular e cinco trabalhos selecionados do site Google Acadêmico. A revisão bibliográfica foi separada em cinco partes. Primeiro a história da Razão Áurea. Após a história de Fibonacci, seguido da explicação de sua sequência. Em seguida a relação entre a Razão Áurea e a sequência de Fibonacci e por último os casos em que o tema se encontra presente no mundo em que vivemos. A pesquisa comprovou os casos da proporção divina na natureza.

Palavras-chave: Razão Áurea. Proporção Divina. Sequência de Fibonacci.

1. Introdução

O tema escolhido para esta pesquisa está vinculado ao estudo das relações entre matemática e natureza, dentro da linha de pesquisa ciência e sociedade. A partir de observações sobre algumas destas relações, constatou-se que são de pouco conhecimento do público em geral, em especial as ocorrências da Razão Áurea no mundo em que vivemos. Embora um assunto que poderia ser estudado no ensino médio, são poucos os alunos que chegam à faculdade da área de exatas e têm conhecimento da Razão Áurea ou da sequência de Fibonacci. Há um preconceito da maioria das pessoas com relação a esta ciência. A matemática é vista com maus olhos, como se não tivesse utilidade, como se fosse de difícil compreensão e muito abstrata. Sua beleza é escondida por livros didáticos que optam por não ensinar principalmente a história da disciplina.

Do desenho de conchas à forma das galáxias, passando pelo arranjo de sementes de um girassol: o que há em comum nisso tudo? O que a matemática tem a ver com isso? Esta é a proposta da pesquisa: mostrar as relações entre a matemática e alguns fenômenos encontrados na natureza.

Realizou-se uma pesquisa qualitativa que teve como objetivo verificar as ocorrências da Razão Áurea na natureza. Os objetivos específicos da pesquisa foram:

- estudar a história da Razão Áurea e onde ela se encontra
- conhecer a história da sequência de Fibonacci compreendê-la
- relacionar Razão Áurea, sequência de Fibonacci e natureza.

A pesquisa foi norteadada pela seguinte questão: O que a literatura apresenta sobre a Razão Áurea e suas ocorrências na natureza? Para responder a esta questão, realizou-se uma pesquisa bibliográfica baseada em cinco livros de biblioteca particular, um trabalho de conclusão de curso e quatro dissertações de mestrado, todos pesquisados no site google acadêmico. Escolheu-se trabalhos a partir de uma pesquisa com as palavras “Razão Áurea”, atentando para as datas dos mesmos, com a intenção de buscar os trabalhos mais recentes.

O presente artigo mostra os resultados da pesquisa realizada. Para isso, está organizado da seguinte forma: (a) apresenta-se a introdução da pesquisa, (b) mostra-se a metodologia utilizada na investigação, (c) aborda-se uma discussão do que a literatura apresenta sobre a Razão Áurea e a natureza. Esta etapa da pesquisa foi dividida em seis tópicos: Razão Áurea, história de Leonardo Fibonacci, a sequência de Fibonacci, relação entre Razão Áurea e sequência de Fibonacci, e, por último, as ocorrências na natureza. Na última parte do artigo, (d), discute-se as considerações finais.

2. Metodologia

Este trabalho foi realizado por meio de uma abordagem qualitativa. Fez-se uma pesquisa bibliográfica sobre a Razão Áurea e suas ocorrências na natureza. De acordo com Matias-Pereira (2019, p. 84) “a pesquisa bibliográfica é aquela desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros, artigos científicos, teses e dissertações, manuais, normas técnicas, revisões, trabalhos de congressos, *abstracts*, índices e bibliografias, meios audiovisuais. Inclui também outras formas de publicação, tais como: relatórios técnicos, científicos, leis, contratos, pareceres, entre outros.”

Escolheu-se a abordagem qualitativa pois, segundo Sampieri, Collado e Lucio (2013, p.35), “o enfoque qualitativo pode ser pensado como um conjunto de práticas interpretativas que tornam o mundo “visível”, o transformam em uma série representações na forma de observações, anotações, gravações e documentos. É naturalista (porque estuda os objetos e os seres vivos em seus contextos ou ambientes naturais e cotidianos) e interpretativo (pois tenta encontrar sentido para os fenômenos em função dos significados que as pessoas dão a eles)”.

Pesquisou-se no site Google Acadêmico por artigos relacionados ao tema. Também se realizou uma seleção de livros em biblioteca particular. A utilização do site Google Acadêmico deu-se pelo fato de possuir uma grande quantidade de produções científicas.

No site Google Acadêmico, com as palavras “Razão Áurea”, fez-se uma pesquisa tendo como filtro os últimos dez anos. Nesses padrões, encontrou-se aproximadamente 16.400 resultados. Para as palavras “Sequência de Fibonacci” foram cerca de 2.820 resultados, também para os últimos dez anos. Foram escolhidos cinco trabalhos para análise, onde usou-se como critério o título da pesquisa e a leitura de seus resumos, dentre aproximadamente 30 investigações encontradas relacionadas ao tema.

Os cinco trabalhos selecionados para análise foram dos seguintes autores: Andrade (2020), Belini (2015), Brandão (2019), Francisco (2017) e Ramos (2013).

Com o objetivo de compreender a abordagem dos pesquisadores sobre a Razão Áurea, realizou-se uma leitura aprofundada dos artigos.

Como forma de aprofundar os estudos para a pesquisa, foram selecionados, principalmente, os três autores a seguir: LIVIO (2006), SETZER (2020) e ZAHN (2011).

3. Revisão bibliográfica

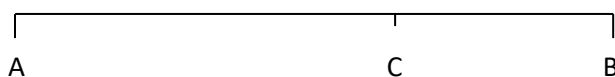
3.1 A Razão Áurea

A Razão Áurea também é conhecida como Número de Ouro, Secção Áurea, Proporção Divina ou Divina proporção que, segundo Francisco (2017), recebeu tais nomes devido ao seu caráter místico, pois se acreditou (ou se acredita) ser este número um dos alicerces com o qual Deus ou os Deuses construíram o universo. Para Brandão (2019), a Razão Áurea é um dos números mais intrigantes da matemática, pois envolve teoremas matemáticos e misticismo, e apresenta a mais agradável proporção entre duas medidas. A ubiquidade desse número fica evidente não apenas por ter sido usado por Pitágoras, Euclides, Fibonacci, Kepler e outros matemáticos, físicos e astrônomos do passado e do presente, mas sim por ser estudado e usado por biólogos, arquitetos, artistas em geral e profissionais das mais diversas áreas que buscam nesse número a fonte de toda a beleza e harmonia (RAMOS, 2013).

Há séculos esse número vem sendo objeto de estudos acadêmicos ou protagonista em contos de literatura. Mario Livio, astrônomo norte-americano do Instituto Científico do Telescópio Espacial Hubble, escreveu um livro inteiramente sobre ele: A Razão Áurea (The Golden Ratio, Review, Londres). Já Dan Brown, outro escritor norte-americano, cita por várias vezes o número de ouro em seu livro O Código Da Vinci (BELINI, 2015, p.14).

Para a compreensão deste número intrigante, é preciso estudar um pouco de sua história. Euclides de Alexandria foi um professor, matemático platônico e escritor grego, muitas vezes referido como o “Pai da Geometria”. Não se sabe exatamente sua data de nascimento, mas apenas que viveu durante o reinado de Ptolomeu I (entre 323 a.C. e 283 a.C.) (ANDRADE, 2020). O autor continua afirmando que o problema de determinar a Razão Áurea de uma reta foi descrito formalmente por Euclides no livro Os Elementos, portanto, tem sido um ponto de interesse dos matemáticos durante mais de vinte séculos. Os Elementos, o mais conhecido livro da história da matemática, é uma obra de treze volumes sobre Geometria e Teoria dos Números. Nas palavras de Euclides: Diz-se que uma linha reta é cortada na razão extrema e média quando, assim como a linha toda está para o maior segmento, o maior segmento está para o menor.

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AB}{AC}$$



Segundo Francisco (2017), para os gregos antigos esse tipo de subdivisão logo se tornou tão familiar que não se achava necessário ter um nome em especial para ela, por isso a designação “divisão de um segmento em média e extrema razão” em geral é substituída simplesmente pela palavra “secção”.

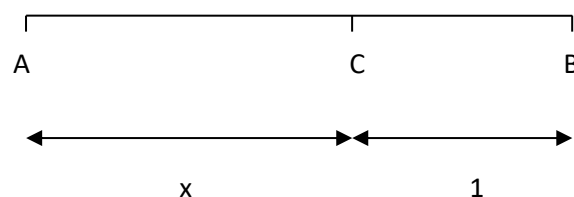
Até o início do século XX, usava-se a letra grega tau (τ), que em grego significa “o corte”, para representar o Número de Ouro. Entretanto, em 1899, o matemático americano Mark Barr sugeriu começar utilizar a letra grega phi (ϕ) em homenagem a Fídias (Phídias) que foi um dos maiores escultores e arquitetos da Grécia que viveu aproximadamente entre 490 e 460 a.C. Mark Barr decidiu homenagear Fídias porque alguns historiadores da arte sustentavam que ele utilizava a Razão Áurea nas esculturas. As maiores realizações desse escultor foram o “Partenon de Atenas” e o “Zeus” no templo de Olímpia (FRANCISCO, 2017, p.20).

Para Livio (2006), a razão áurea não teria alcançado o status quase reverencial que acabou atingindo se não fosse por suas propriedades algébricas verdadeiramente únicas.

Considerando os comprimentos:

$$CB = 1$$

$$AC = x$$



Lembrando que:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AB}{AC}$$

tem-se que:

$$AC = x$$

$$BC = 1$$

$$AB = x + 1$$

A proporção ficará:

$$\frac{x}{1} = \frac{x+1}{x}$$

Chega-se assim à equação de segundo grau:

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Aplicando a fórmula para resolução de equações de segundo grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sendo:

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = -1$$

Substituindo na fórmula acima:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Logo, as soluções são:

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

Como x é um segmento, deve ser positivo. Assim, considera-se a solução positiva:

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Logo, o Número de ouro trata-se de um número irracional, dado por:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803398 \dots$$

Outra maneira de encontrar o número φ é dividindo os termos da equação de segundo grau por φ .

Dada a mesma equação anterior, mas agora escrevendo φ no lugar de x , temos:

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

Isolando φ^2 tem-se:

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

Dividindo ambos os lados da equação por φ :

$$\frac{\varphi^2}{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi} + \frac{1}{\varphi}$$

Chegando a:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

Assim, podemos tornar o processo infinito, tendo assim o número de ouro representado por uma série de frações contínuas:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}}} = \dots$$

Sendo n o número de parcelas que compõem a série de frações contínuas que representa φ , denota-se esta série por $\varphi(n)$. Vemos que:

$$\varphi(1) = 1$$

$$\varphi(2) = 1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$\varphi(3) = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = 1,5$$

$$\varphi(4) = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = 1,66666 \dots$$

(...)

$$\varphi(n) = 1 + \frac{1}{\varphi(n-1)}$$

Partindo-se da hipótese que $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n) = x$ então $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n+1) = x$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\varphi(n)} \right) = x$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\varphi(n)} = x$$

Tem-se que

$$1 + \frac{1}{x} = x$$

Multiplicando a equação por x :

$$x + 1 = x^2$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Chegando assim na equação de segundo grau resolvida anteriormente, a qual tem como resposta o número

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803398 \dots$$

A atratividade do “Número Áureo” origina-se, antes de mais nada, do fato de que ele tem um jeito quase sobrenatural de surgir onde menos se espera (LIVIO, 2006).

3.2 Leonardo Fibonacci

Durante os anos 1.200 d.C., no período conhecido como Idade Média, gigantescas igrejas foram construídas, assim como proliferou-se também a criação de universidades. A universidade de Bolonha foi a primeira a surgir em 1.088, após, a universidade de Paris (1.200), Oxford (1.214), Pádua (1.222), Nápoles (1.224) e Cambridge (1.231). Foi dentro dessa atmosfera que surgiu o maior matemático da Idade Média, Leonardo Fibonacci ou de Pisa, nascido em Pisa circa 1.175 e falecido circa 1.250 (GARBI, 2010). Fibonacci era filho de um funcionário da alfândega, onde hoje se encontra a Argélia, tendo entrado em contato com pessoas de diferentes culturas. Segundo Stewart (2012), ele ensinou ao filho os modernos símbolos numéricos inventados pelos hindus e pelos árabes, precursores de nossos dígitos decimais de 0 a 9. Leonardo depois escreveu: “Gostei tanto das instruções que continuei a estudar matemática durante viagens de negócios ao Egito, Síria, Grécia, Sicília e Provença, e gostei de debater com os estudiosos desses lugares.”

A fim de ensinar aos europeus o sistema de numeração indo-arábico, Leonardo de Pisa, no ano de 1.202, concluiu o livro considerado pelos historiadores como sendo um marco na história da matemática, intitulado Liber Abbaci. Tal livro tratava da Aritmética e da Álgebra, com alguns tópicos de Geometria. Setzer (2020) afirma que não é difícil imaginar o impacto que Fibonacci causou com sua obra; ela significou uma revolução na simplificação de todo o cálculo aritmético e do seu aprendizado na Europa. A cidade de Pisa, em homenagem a Leonardo, encomendou de Giovanni Paganucci, uma estátua do matemático da corte, datada de 1.863.

3.3 Sequência de Fibonacci

No capítulo XII da obra Liber Abbaci encontra-se a questão da reprodução dos coelhos, provavelmente tendo como origem o papiro de Rhind. Trata-se do problema mais famoso da obra e que deu origem à sequência de Fibonacci. Enunciado do problema:

Um homem pôs um par de filhotes de coelhos num lugar cercado de muro por todos os lados. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par em um ano se, supostamente, todo mês cada par dá à luz a um novo par, que é fértil a partir do segundo mês? (ZAHN, 2011, p.5)

As suposições dadas por Fibonacci sobre a multiplicação dos coelhos foram:

1. Inicialmente há um casal recém-nascido de coelhos.
2. Após nascido este casal de coelhos, leva um mês para se tornar sexualmente maduro.
3. Quando um casal dá cria nasce também um casal de coelhos.
4. Cada casal sexualmente maduro reproduz-se a cada mês.
5. Após o acasalamento, a gestação leva um mês, nascendo sempre um novo casal de coelhos.
6. Os coelhos são eternos.

Considerando tais condições, apresenta-se a solução que Fibonacci obteve:

No primeiro mês, o casal inicial é filhote, temos, assim, um casal de coelhos. No segundo mês, temos ainda o mesmo casal de coelhos, mas já é adulto e, portanto, fértil. No terceiro mês, temos o casal acima e mais um casal de filhotes que é gerado por eles. Portanto, temos dois casais de coelhos. No quarto mês, temos o casal adulto inicial, mais o casal jovem do mês anterior, que já se torna fértil, e mais um novo casal do primeiro casal de adultos. Temos, portanto, três casais de coelhos. No quinto mês, temos o casal inicial de adultos, que produz um novo casal de filhotes, o segundo casal de adultos, que produz outro casal de filhotes e o casal de filhotes produzido no mês anterior, que se torna fértil. Temos, portanto, cinco casais de coelhos (dois casais de adultos mais três de filhotes). No sexto mês, teremos três casais de adultos que produzirão três casais de filhotes, mais dois casais de filhotes. Portanto, teremos oito casais de coelhos (três adultos mais cinco filhotes). No sétimo mês, teremos treze casais de coelhos (cinco adultos mais oito filhotes). Etc (ZAHN, 2011, p.6).

Chegando na análise do sétimo mês, já é possível observar uma certa sequência no número de casais de coelhos:

Suponha que examinemos apenas o número de pares adultos em um determinado mês. Este número é formado pelo número de pares adultos no mês anterior, mais o número de pares de filhotes (que amadureceram) do mês anterior. Porém o número de pares de filhotes do mês anterior é, na verdade, igual ao número de pares de adultos que existia no mês que antecedeu o mês em questão. Assim, em qualquer mês (começando com o terceiro), o número de pares de adultos é simplesmente igual à soma do número de pares de adultos nos dois meses anteriores. O número de pares de adultos, portanto, segue a sequência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... (LIVIO, 2006, p.116)

Esta sequência, onde cada termo é igual à soma dos dois termos anteriores é chamada de sequência de Fibonacci. Segundo Garbi (2010), embora essa sequência

tenha surgido de um problema aritmético inventado por Leonardo, aparentemente sem qualquer vinculação com algo que ele tivesse observado a sua volta, constatou-se mais tarde que partes dela, por exemplo, a subsequência 8, 21, 29, 50, 79, aparece nas quantidades de pétalas das camadas sucessivas de flores como a margarida, a dália ou o girassol (e em outros padrões encontráveis em seres vivos).

3.4 Relação entre Razão Áurea e sequência de Fibonacci

Sobre as contribuições de Fibonacci nas aplicações da Razão Áurea:

O papel de Fibonacci na história da Razão Áurea é realmente fascinante. Por um lado, nos problemas em que usava conscientemente a Razão Áurea, foi responsável por um progresso significativo mas não espetacular. Por outro, simplesmente formulando um problema que, em princípio, nada tinha a ver com a Razão Áurea, ele expandiu drasticamente o escopo da Razão Áurea e de suas aplicações (LIVIO, 2006, p.115).

Relembrando a sequência de Fibonacci, temos:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Fazendo as razões dos números sucessivos:

$$1:1=1,000000$$

$$2:1=2,000000$$

$$3:2=1,500000$$

$$5:3=1,666666$$

$$8:5=1,600000$$

$$13:8=1,625000$$

$$21:13=1,615385$$

$$34:21=1,619048$$

$$55:34=1,617647$$

$$89:55=1,618182$$

$$144:89=1,617978$$

$$233:144=1,618056$$

$$377:233=1,618026$$

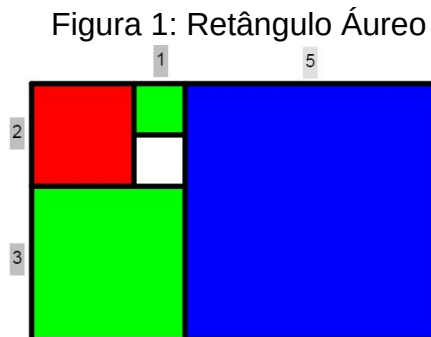
$$610:377=1,618037$$

$$987:610=1,618033$$

À medida que avançamos na sequência de Fibonacci, a razão entre dois números sucessivos de Fibonacci oscila em torno da Razão Áurea (sendo alternadamente maior e menor), mas se aproxima cada vez mais dela (LIVIO, 2006). Sendo F_n o n -ésimo número de Fibonacci e F_{n+1} o seguinte, temos que F_{n+1}/F_n se aproxima de ϕ quando n aumenta. Tal propriedade foi descoberta em 1611 por Johannes Kepler.

3.5 Aplicações da Razão Áurea e da sequência de Fibonacci

Zahn (2011) chama retângulo áureo o retângulo no qual a razão de suas medidas obedece à razão áurea. Livio (2006) afirma que qualquer número ímpar de retângulos com lados iguais a números sucessivos de Fibonacci se encaixa precisamente em um quadrado. Na figura 1 tem-se o retângulo áureo com os lados seguindo a sequência de Fibonacci:

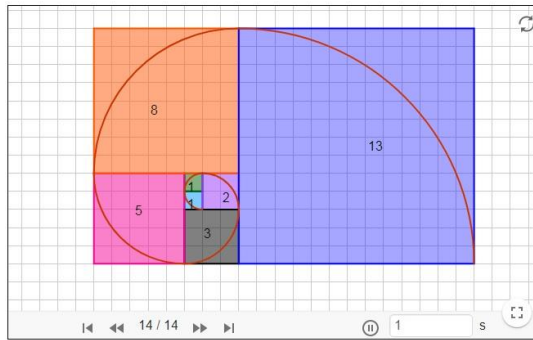


Fonte: (WENGLER, s.d.)

Observa-se que este processo é infinito.

Após desenhar a infinita sucessão de retângulos áureos, é possível desenhar uma espiral. Uma vez tendo esses retângulos, basta tomar o encontro das diagonais [...] e ir desenhando a espiral [...] da seguinte maneira: desenhar o quarto de circunferência contido em cada quadrado (ZAHN, 2011). Na figura 2 tem-se a espiral desenhada a partir do retângulo áureo:

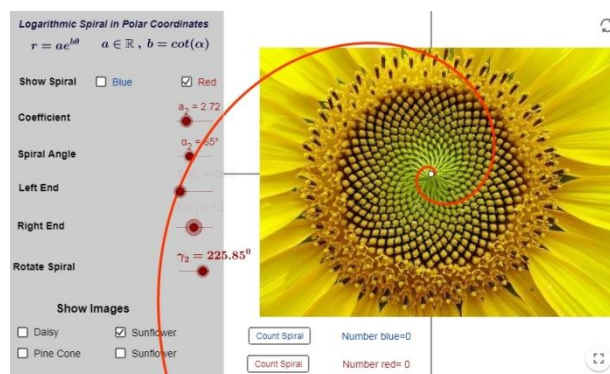
Figura 2: Espiral no Retângulo Áureo



Fonte: (KLOVSTAD, s.d.)

Na figura 5 a espiral logarítmica acompanha o desenho das sementes, no miolo de um girassol:

Figura 5: Espiral em girassol



Fonte: (BOYADZHIEV, s.d.)

Tal espiral também é conhecida como espiral equiangular, pelo fato de que se for feita uma linha reta do polo até qualquer ponto da curva, a reta corta a espiral formando sempre o mesmo ângulo. **De acordo com Lívio (2006)** Os falcões usam esta propriedade quando atacam suas presas [...]:

[...] como os olhos dos falcões ficam nas laterais de suas cabeças, para tirar vantagem de sua visão extremamente aguçada, eles precisam inclinar a cabeça 40 graus para um lado ou para outro. Tucker descobriu em experiências num túnel de vento que essa inclinação de cabeça os deixava muito mais lentos. Os resultados de sua pesquisa [...] mostram que os falcões mantêm a cabeça em linha reta e seguem uma espiral logarítmica. Devido à propriedade equiangular da espiral, esse caminho lhes permite manter seu alvo à vista enquanto maximiza a velocidade (LIVIO, 2006, p.141).

A mesma espiral é observada na Via Láctea e outros sistemas de estrelas agrupadas. Observações feitas com o telescópio espacial Hubble revelaram que há cerca de cem bilhões de galáxias em nosso universo observável, muitas das quais são galáxias espirais (LIVIO, 2006, p.142).

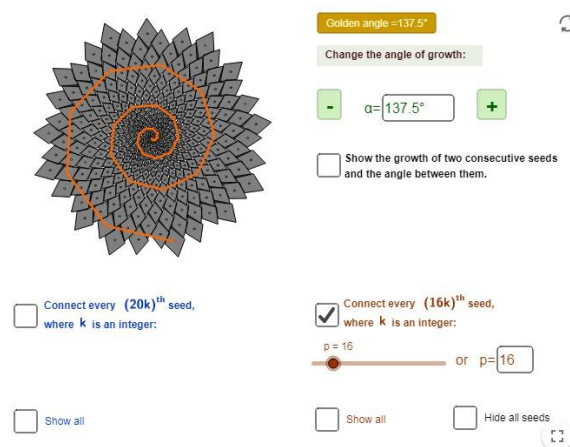
Na natureza, algumas plantas curiosamente (ou seria uma harmonia divina?) possuem números de Fibonacci escondidos por trás de sua beleza (Zahn, 2011,p.11). É comum as margaridas terem 13, 21, 34 ou 89 pétalas. Zahn (2011) prossegue afirmando que a natureza também “organizou” as sementes do girassol sem intervalos, na forma mais eficiente possível, formando espirais que se curvam para a esquerda e para a direita. O arranjo das folhas ao longo de um galho também, curiosamente, tem relação com os números de Fibonacci. Como regra geral, os quocientes filotáticos (a passagem de uma folha para a seguinte dando a volta no caule) podem ser expressos por razões de termos da série de Fibonacci. Estes números também aparecem em pinhas e abacaxis:

Diante disso, Livio (2006) afirma que:

Os abacaxis de fato fornecem uma manifestação verdadeiramente bela da filotaxia baseada em Fibonacci. Cada camada hexagonal na superfície de um abacaxi é parte de três espirais diferentes. [...] A maioria dos abacaxis tem cinco, oito, treze ou vinte e uma espirais de inclinação crescente na sua superfície. Todos esses são números de Fibonacci (LIVIO, 2006, p.131).

Observa-se na figura 6 o ordenamento de sementes seguindo a espiral logarítmica:

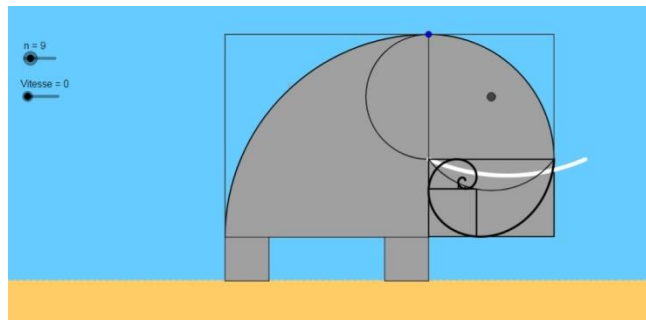
Figura 6: Sementes organizadas de acordo com a espiral logarítmica



Fonte: (BOYADZHIEV, s.d.)

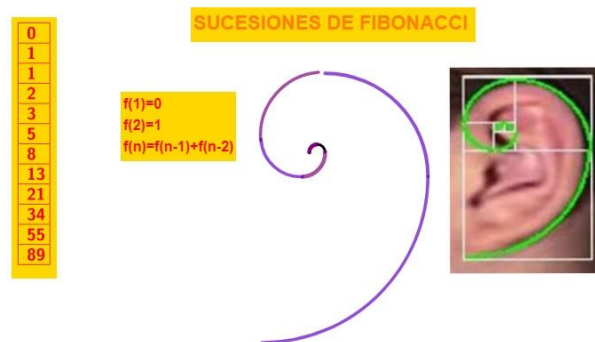
No desenho dos animais e também no próprio corpo humano também encontramos a misteriosa forma. Isto ocorre desde o formato da tromba de um elefante até o desenho de uma orelha humana.

Figura 7: Tromba de elefante em forma de espiral



Fonte: (MENTRARD, s.d.)

Figura 8: Orelha humana formando a espiral logarítmica



Fonte: (ARGIBAY, s.d.)

4. Considerações finais

A pesquisa desenvolvida tinha por objetivo fazer uma revisão bibliográfica sobre a Razão Áurea, a sequência de Fibonacci e os casos em que se encontram presentes na natureza. Para isso delimitou-se a seguinte questão: o que a literatura apresenta sobre a Razão Áurea e suas ocorrências na natureza?

Analizando os resultados encontrados, percebe-se que o livro de Mario Livio sobre o tema é a principal fonte de informação quando se trata da Razão Áurea. Os cinco trabalhos pesquisados no site Google Acadêmico têm como principal fonte o livro em questão. Conclui-se com isso que, embora um assunto de extrema curiosidade e beleza, ainda faltam obras em língua portuguesa que se aprofundem no tema.

A presença dos números de Fibonacci e da Proporção Divina ao nosso redor é fascinante. A espiral equiangular está espantosamente presente na natureza. São conchas, distribuição de sementes em girassóis, forma de galáxias, pinhas, forma dos tornados.... São muitas as aparições da enigmática espiral. Os números oriundos da sequência de Fibonacci também aparecem de forma muito curiosa quando observamos a quantidade de pétalas em uma margarida, a distribuição das folhas

em determinados caules de árvores, o número de espirais encontradas em um abacaxi... São números que aparecem quando menos se espera.

Envolvendo suposições místicas, pergunta-se como pode a matemática (criada pelo homem?) estar tão presente na natureza (criada por Deus?)? Aparenta que o mundo ao nosso redor foi cuidadosamente e harmonicamente desenhado por um matemático. Seria isso possível? O que explicaria tantas “coincidências”? Tantas perfeições? Tanta harmonia? Como diria Mario Livio: seria Deus um matemático?

Referências

ANDRADE, Tiego de Moraes. **A Proporção Divina: Estudando a Beleza do Número de Ouro na Matemática**. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Curso de Matemática – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2020.

ARGIBAY, Alfonso D. **Sucesiones de Fibonacci**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/efjhayve>. Acesso em 31 de julho de 2021.

BELINI, Marcelo Manechine. **A Razão Áurea e a Sequência de Fibonacci**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Curso de Matemática – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

BOYADZHIEV, Irina. **Sunflowers and Special Numbers**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/ZhbTtnb9>. Acesso em 31 de julho de 2021.

BOYADZHIEV, Irina. **The Equiangular Spiral in Plants – Fibonacci Numbers**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/vJmh42hv>. Acesso em 31 de julho de 2021.

BRANDÃO, Anna Carolina Picarelli. **A Razão Áurea diante de nossos Olhos**. 2019. Trabalho de conclusão de curso – Curso de Matemática – Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2019.

BUNCE, R; BOYADZHIEV, Irina. **Copy of Fibonacci Numbers and the Fibonacci Spiral**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/vnkexmps>. Acesso em 27 de julho de 2021.

GARBI, Gilberto G. **A Rainha das Ciências. Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

FRANCISCO, Samuel Vilela de Lima. **Entre o Fascínio e a Realidade da Razão Áurea**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Curso de Matemática – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2017.

KLOVSTAD, Alise. **Fibonacci Spiralen**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/cq35NFKK>. Acesso em 31 de julho de 2021.

LIVIO, Mario. **Razão Áurea. A História de Fi, um Número Surpreendente**. Rio de Janeiro: Record, 2006.

MATIAS-PEREIRA, José. **Manual de Metodologia da Pesquisa Científica**. São Paulo: Atlas, 2019.

MENTRARD, Daniel. **The Fibonacci Elephant**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/jbm6gmcb>. Acesso em 31 de julho de 2021.

RAMOS, Marcos Gertrudes Oliveira. **A Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro**. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Curso de Matemática – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2013.

RIVA, Simona. **Lesson: Golden Triangle and Spiral**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/ERGgRPXr#material/sxEMtV6q>. Acesso em 27 de julho de 2021.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernández; LUCIO, María de Pilar Baptista. **Metodologia de Pesquisa**. Porto Alegre: Penso, 2013.

SETZER, Valdemar W. **A Matemática pode ser Interessante... e Linda! Espirais, Fibonacci, Razão Áurea, Crescimento Proporcional e a Natureza**. São Paulo: Blucher, 2020

STEWART, Ian. **Uma História da Simetria na Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

WENGLER, Georg. **Fibonacci Uhr**. Geogebra. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/nB4gPpDT>. Acesso em 27 de julho de 2021.

ZAHN, Maurício. **Seqüência de Fibonacci e o Número de Ouro**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2011.